

# 対称構造を利用した応力テンソルセンサ素子 (第二報)

## Stress Tensor Sensor Based on Symmetric Structure (2nd Report)

○学 清田 翔平 (東京大) 正 篠田 裕之 (東京大)

Shohei KIYOTA, The University of Tokyo, kiyot@alab.t.u-tokyo.ac.jp  
Jiro SHIBUYA, The University of Tokyo, shino@alab.t.u-tokyo.ac.jp

We proposed a stress tensor sensor that is embedded in an elastic body and can measure the stress tensor around it. The sensor consists of a cube shaped rigid body and sub-sensors that measure normal stress on each sides of the rigid body. We explained the theory to decompose the shear stress and the non-uniform normal stress. Also, we fabricated a prototype sensor. The theory was examined by the prototype. The experimental results show that the sensor can measure normal stress and shear stress at once. Also, the sensor can distinguish the shear stress and the linearly varied normal stress.

**Key Words:** Elastic body, Stress tensor, Symmetric

### 1. はじめに

弾性体に働いている応力テンソルを、弾性体内に埋め込んで用いるセンサ素子によって計測することが出来るようになるれば、接触情報を必要とする工学分野で幅広い応用が期待できる[1]. 例えば、弾性体表面に近い位置に埋め込むことで、表面の応力パターンをより精細に取得することが可能になる。また、応力テンソルは座標系によらない応力の一般的な表現であり、製造時の詳細な位置合わせが不要になるなどの工業的な利点も考えられる。更に、弾性体に働く一方向の垂直応力を厳密に計測するためには、応力テンソル計測が必要である。

弾性体に埋め込んで使用し、その周囲の応力テンソルを計測するセンサをテンソルセンサと呼ぶこととする。従来のテンソルセンサ研究においては、素子の周囲に均一なせん断応力が生じている場合と不均一な垂直応力が生じている場合とを見分けることができないという問題が存在した[2].

本発表では、テンソルセンサキューブの対向する面に対称な構造を導入することでこの問題が解決されることを示す。

### 2. 計測原理

従来の応力計測では複数個用意した垂直力センサを 1 ユニットとしたセンサ素子を用い、各検出子の出力の和と差から表面に加えられる力ベクトルを計算する(図 1)。弾性体表面に加えられる垂直方向の力を  $F_z$ 、接平面方向の力を  $F_x$  とし、各検出子の出力を  $V_1, V_2$  とする。このとき各検出子の出力の和と差は

$$F_z = k_1(V_1 + V_2) \quad (1)$$

$$F_x = k_2(V_1 - V_2) \quad (2)$$

であらわされる ( $k_1, k_2$  は適当な定数)。

この手法は従来の垂直力分布センサに簡単な構造物を埋め込むだけで力ベクトルを得られる優れた手法である。しかし元から傾いている垂直力を加えた場合、接線方向の力を加えたときと同様の出力が得られてしまうという問題が残された。

図 2 のように弾性体中に配置した剛体の各面に垂直応力センサを配置し、各出力を  $V_1, V_2, \dots, V_8$  とする。センサ素子周辺の応力状態に関しては、素子のサイズ  $l$  が十分に小さい場合、垂直・せん断応力の平均  $\sigma_{xx0}, \sigma_{zz0}, \sigma_{zx0}, \sigma_{xz0}$  と垂直

応力の一次勾配成分  $\frac{\partial}{\partial z}\sigma_{xx}, \frac{\partial}{\partial x}\sigma_{xx}, \frac{\partial}{\partial x}\sigma_{zz}, \frac{\partial}{\partial z}\sigma_{zz}$  にのみ注目すればよい。

弾性体の上下面に一樣な垂直応力  $\sigma_{zz0}$  のみ加えられた場合、各検出子の出力は幾何的な対称性に関する考察から

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = a\sigma_{zz0} \quad (3)$$

$$V_5 = V_6 = V_7 = V_8 = -b\sigma_{zz0} \quad (4)$$

とあらわされる。式(3), (4)中の  $a, b$  は弾性体のヤング率・ポアソン比およびセンサ形状によって決まる正の定数である。

同様に弾性体の左右面に  $\sigma_{xx0}$  のみ加えられた場合

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = -b\sigma_{xx0} \quad (5)$$

$$V_5 = V_6 = V_7 = V_8 = a\sigma_{xx0} \quad (6)$$

となる。

また上下面に加えられるせん断応力平均  $\sigma_{zx0}$ 、垂直応力の

定常成分を除いた垂直応力の接平面方向勾配  $\frac{\partial}{\partial x}\sigma_{zz}$ 、垂直応力の垂直方向勾配  $\frac{\partial}{\partial z}\sigma_{zz}$  などに関しても同様に考えて

$$V_1 = -V_2 = -V_3 = V_4 = -c\sigma_{zx0} \quad (7)$$

$$V_5 = -V_6 = -V_7 = V_8 = -d\sigma_{zx0} \quad (8)$$

$$V_1 = -V_2 = V_3 = -V_4 = -el \frac{\partial}{\partial x}\sigma_{zz} \quad (9)$$

$$V_5 = V_6 = -V_7 = -V_8 = fl \frac{\partial}{\partial x}\sigma_{zz} \quad (10)$$

$$V_1 = V_2 = -V_3 = -V_4 = -gl \frac{\partial}{\partial z}\sigma_{zz} \quad (11)$$

$$V_5 = -V_6 = V_7 = -V_8 = hl \frac{\partial}{\partial z}\sigma_{zz} \quad (12)$$

とあらわされる( $a, b, \dots, h$  は正の定数)。

他の応力成分に関しても同様に考えれば、線形弾性よりセンサ素子周辺の各応力と各検出子の出力とはまとめて

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -c & -b & -d & -el & -gl & fl & hl \\ a & c & -b & d & el & -gl & fl & -hl \\ a & c & -b & d & -el & gl & -fl & hl \\ a & -c & -b & -d & el & gl & -fl & -hl \\ -b & -d & a & -c & fl & hl & -el & -gl \\ -b & d & a & c & fl & -hl & el & -gl \\ -b & d & a & c & -fl & hl & -el & gl \\ -b & -d & a & -c & -fl & -hl & el & gl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{z0} \\ \sigma_{zx0} \\ \sigma_{xz0} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (13)$$

と書くことができる。弾性体における力のつりあいから  $\sigma_{zx} = \sigma_{xz}$  であることに注意して、(13)式を元にセンサ素子周辺の応力を検出子の出力から逆計算すると、以下のようにあらわされる。

$$\sigma_{z0} = \frac{1}{4(a^2 - b^2)} \left( a \sum_{i=1}^4 V_i + b \sum_{i=5}^8 V_i \right) \quad (14)$$

$$\sigma_{zx0} = \frac{1}{4(a^2 - b^2)} \left( a \sum_{i=5}^8 V_i + b \sum_{i=1}^4 V_i \right) \quad (15)$$

$$\sigma_{zx0} = \sigma_{xz0} = -\frac{1}{4c} (V_1 - V_2 - V_3 + V_4) \quad (16)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} = -\frac{1}{4(eg - fh)} \{ g(V_1 - V_2 + V_3 - V_4) + h(V_5 + V_6 - V_7 - V_8) \} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial z} = -\frac{1}{4(eg - fh)} \{ h(V_1 + V_2 - V_3 - V_4) + g(V_5 - V_6 + V_7 - V_8) \} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = -\frac{1}{4(eg - fh)} \{ e(V_1 + V_2 - V_3 - V_4) + f(V_5 - V_6 + V_7 - V_8) \} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = -\frac{1}{4(eg - fh)} \{ f(V_1 - V_2 + V_3 - V_4) + e(V_5 + V_6 - V_7 - V_8) \} \quad (20)$$

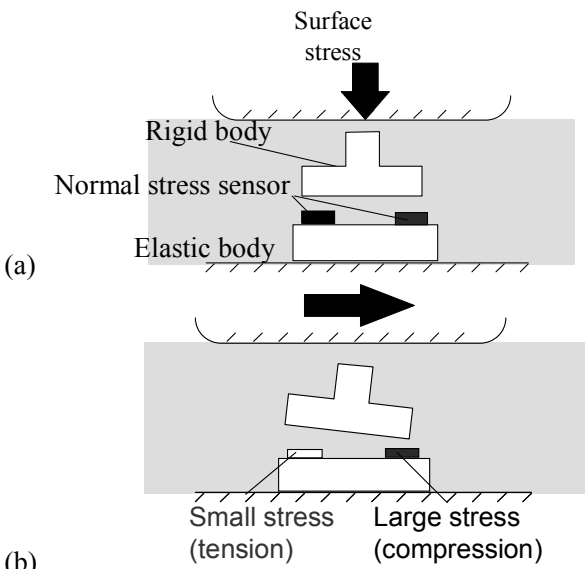


Fig.1 The previously reported stress tensor sensor. The tensor sensor measures (a) the normal stress as the summation of the outputs of the sub-sensors and (b) the shear stress as the difference between outputs of sub-sensor.

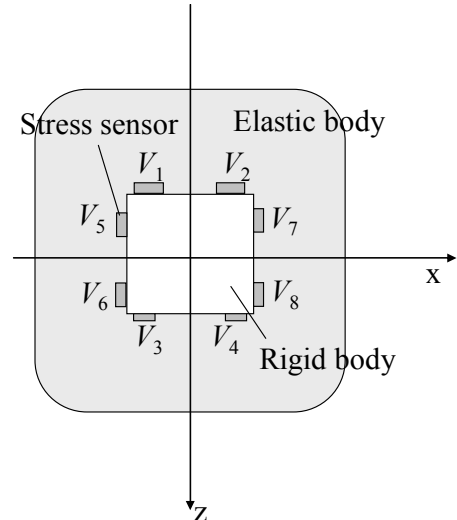


Fig.2 The schematic drawing of the sensor model. The white square indicates the rigid body. The length of each side of the square is  $l$ . The average of normal stress applied to the elastic body “ $\sigma_{z0}$ ” acts on  $V_1, V_2, V_3$  and  $V_4$  equally. The same goes for  $V_5, V_6, V_7$  and  $V_8$ .

### 3. 実験

応力テンソル計測の原理を確認するための基礎実験として、上下面に加わる垂直・せん断応力 2 成分を計測するセンサの試作を行う。

#### 3.1 試作

前章までの考察を元にプロトタイプを作成した (図 3)。センシング部分はアクリルの立方体と、4 隅の静電容量型応力センサとで構成し (図 4)、30 mm × 30 mm のシリコーンゴム (信越化学 KE-1308) に埋め込んだ (図 5)。静電容量センサの正極板はアクリルの表面上に加工し、厚さ 25  $\mu$ m のポリイミドフィルムを支柱として外側に GND 電極を設置した。

予備実験として秤を使ってセンサ素子の垂直変形と荷重との関係をだまかに調べると、1 mm の垂直変形に対して約 100 gf の荷重が計測された。今回の設計指針はロボットの人工皮膚を念頭に置いたため、300 gf 前後の荷重を計測レンジの上限にと考えて GND には厚さ 0.2 mm のりん青銅板を使用した。

計測レンジの上限 (GND 板の先端を 10  $\mu$ m 撓ませる応力) を引き上げるためにはセンサキューブの GND 極板の厚さを変えればよい。センサチップの部品パラメータを変えることで計測レンジを変えることができるので、センサ素子全体の柔らかさを支配するシリコーンゴムのヤング率に関して自由度を得ることができる。さらに正極板をシュミットインバータの入力に接続して RC 発振回路を形成した。RC 発振の周波数  $f$  は静電容量センサの極板間距離  $d$  によって決定され、次のような関係を持つ。

$$f = \frac{k}{RC} = \frac{k}{R\epsilon'S} d \quad (21)$$

ただし、 $\epsilon'$  は空気の誘電率、 $S$  は極板面積、 $R$  は帰還抵抗、 $k$  は電源電圧などによって決まる比例定数を表す。この静電容量センサに垂直応力  $\sigma$  が加えられると、極板間距離の変化  $\Delta d$  が微小な範囲においては、発振周波数変化  $\Delta f$  と  $\Delta d$  との間には以下の関係式が成り立つ。

$$\sigma = \frac{E}{d} \Delta d = -\frac{Ek}{dR} \Delta f \quad (22)$$

ただし、E はりん青銅板の見かけのヤング率である。ここでは RC 発振回路の周波数変化  $\Delta f$  は、静電容量センサに加わる垂直応力に比例するので、これ以降は 2 章で定義した垂直応力センサの各出力  $V_i$  を発振周波数変化  $\Delta f_i$  であらわすものとする。

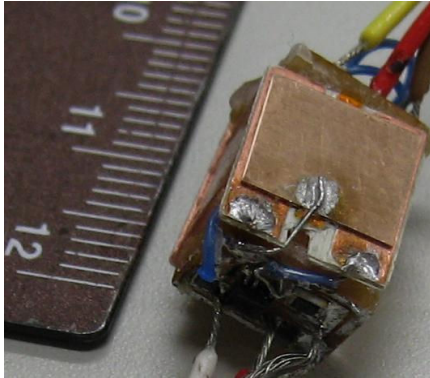


Fig.3 The photograph of the sensing cube.

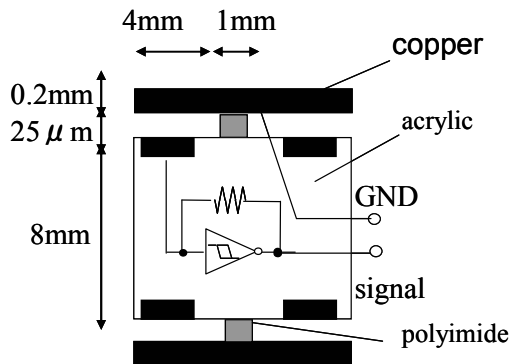


Fig.4 The schematic drawing of the sensing cube.

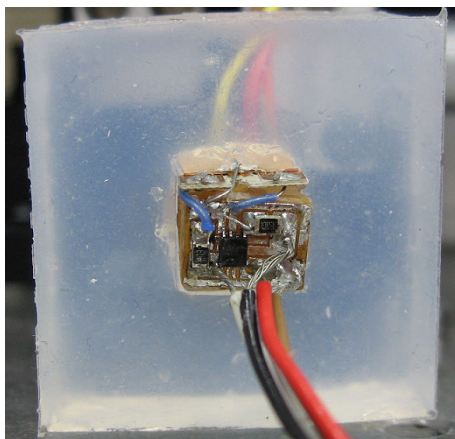


Fig.5 The structure of the prototype

### 3.2 実験セットアップ

図 6 に示すようにセンサ素子の上下を銅板で挟んで固定した。上の銅板は z ステージに固定されて垂直方向、下の銅板

は x ステージに固定されて水平方向にのみそれぞれ動く。本実験では入力を応力に代えて銅板の変位で制御した。

また、この実験ではシリコンの左右の端を解放し力がかからないようにしてあるので  $\sigma_{xx0} = 0$  であり、この条件の下式 (14), (15) および式 (17), (20) からシリコンの上下面に加えられた垂直応力の平均と垂直応力の勾配とは

$$\sigma_{zz0} = \frac{1}{4a} \sum_{i=1}^4 V_i \quad (23)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} = \frac{1}{4el} (V_1 - V_2 + V_3 - V_4) \quad (24)$$

とあらわされる。

以上の議論を元に本実験では、垂直応力平均・せん断応力・垂直応力勾配として以下の三つの値をそれぞれ出力する。

$$P_{\text{normal}} = -\Delta f_1 - \Delta f_2 - \Delta f_3 - \Delta f_4 \quad (25)$$

$$P_{\text{shear}} = -\Delta f_1 + \Delta f_2 + \Delta f_3 - \Delta f_4 \quad (26)$$

$$P_{\text{grad}} = \Delta f_1 - \Delta f_2 + \Delta f_3 - \Delta f_4 \quad (27)$$

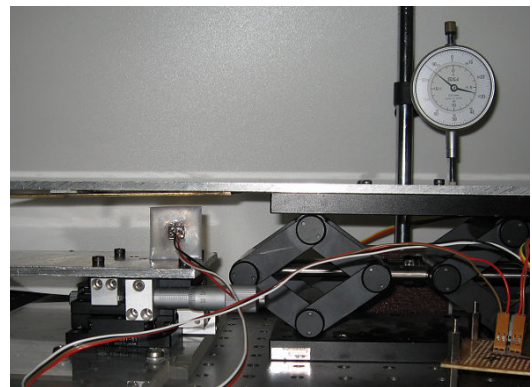


Fig.6 The experimental setup.

### 3.3 実験

#### 一様な垂直応力を加えた場合

まず上側のプレートのみ z 方向に動かして、シリコンゴムに一様な垂直方向の応力を加えた。各 RC 発振回路の発振周波数変化を正規化して計算した  $P_{\text{normal}}$ ,  $P_{\text{shear}}$  および  $P_{\text{grad}}$  を図 7 に示す。横軸は z ステージの垂直下向きの変位を表している。

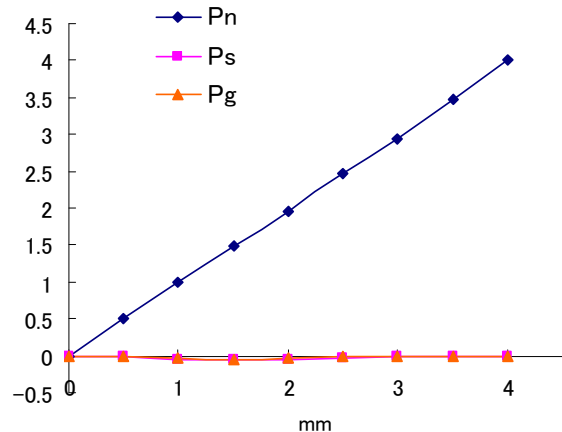


Fig.7 The sensor outputs for the normal stress.

### せん断応力を加えた場合

シリコンゴムに様なせん断応力を与える実験を行った。せん断方向に歪ませたときシリコンがすべるのを防ぐため、あらかじめ z ステージを下方方向に 2 mm 動かしてシリコンゴムをひずませておき、その状態で x ステージを動かしてせん断応力を加えた。図 8 にその結果を示す。横軸は x ステージの変位、縦軸は図 7 と同様に  $P_{normal}$ 、 $P_{shear}$  および  $P_{grad}$  である。

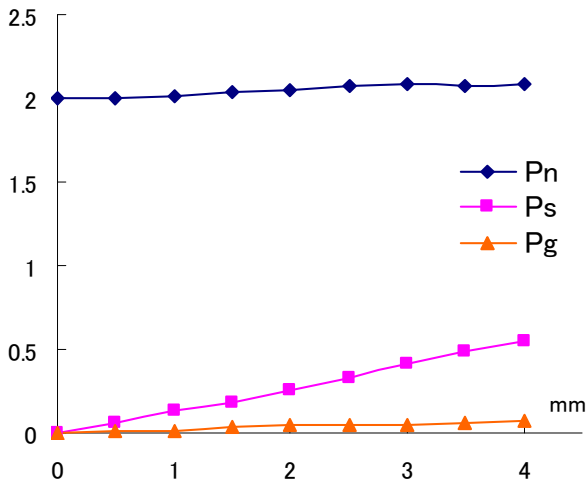


Fig.8 The sensor outputs for the shear stress.

### 傾いた垂直応力を加えた場合

最後に傾いた垂直応力をシリコンゴムに加える実験を行った。z ステージに固定した鋼板の上に、薄い金属片と金属板で斜面をつくり、シリコン上面全体が斜面と密着するまで垂直方向に鋼板を変位させた。シリコン上面の平均垂直変位を横軸に取って出力  $P_{normal}$  をプロットしたものを図 9 に示す。紫の直線  $P_n'$  は本来出力されるべき平均垂直変位である。

また斜面の角度を横軸に取って  $P_{shear}$  および  $P_{grad}$  をプロットしたものを図 10 に示す。斜面によってシリコンの片端に加えた垂直変位は角度が小さい順に、1 mm, 2 mm, 3.4 mm, 4.2 mm, 5 mm である。

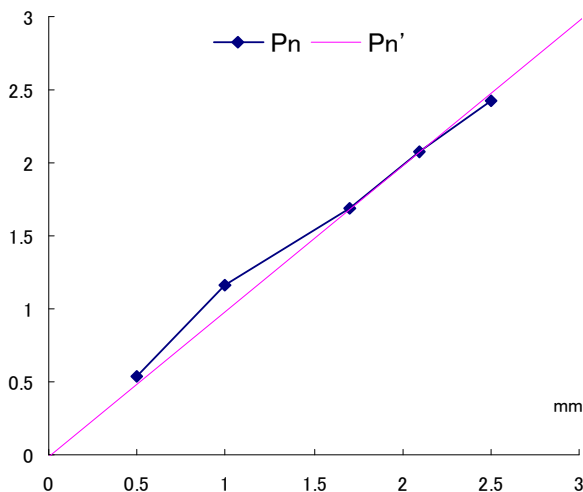


Fig.9 The average of normal stress.

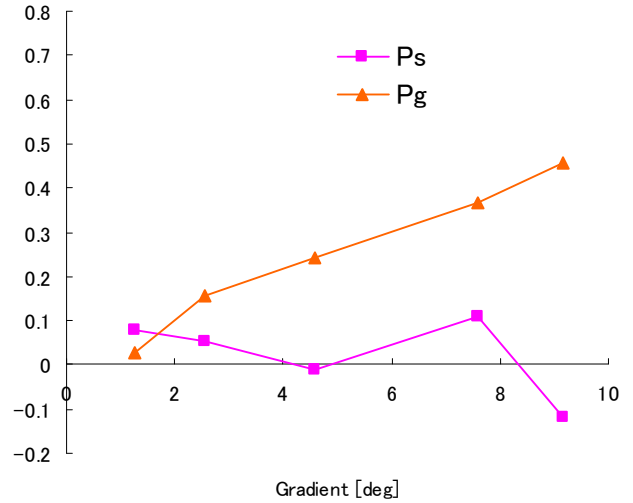


Fig.10 The sensor outputs for the varying gradient.

## 4. まとめ

本稿では弾性体表面に加えられた応力を、弾性体内で計測するセンサ素子を提案した。さらに試作したセンサを用いて垂直応力、せん断応力が同時に加わっている状態で各々を推定することが可能であることと、傾いた斜面によって垂直応力が加えられた場合、それが垂直応力・せん断応力の推定に影響を及ぼさないことを示した。

今後は二次元通信技術[3]による信号伝送・給電の無配線化と、MEMS 技術[4]によるセンサの多面化を行う予定である。

## 文献

- [1] M. H. Lee and H. R. Nicholls, "Tactile sensing for mechatronics --a state of the art survey", *Mechatronics* 9 (1999), pp. 1-31.
- [2] H. Shinoda, K. Matsumoto and S. Ando, "Acoustic Resonant Tensor Cell for Tactile Sensing", *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation Albuquerque, New Mexico - April 1997*, pp. 3087-3092.
- [3] 篠田裕之, "素材表面に形成する高速センサネットワーク," 計測と制御, vol. 46, no. 2, pp. 98-103, 2007.
- [4] <http://www.mew.co.jp/ac/tech/miptec>